

Os Principia de Newton, alguns comentários (Primeira parte, a Axiomática)

Augusto J. Santos Fitas

1. Introdução

Isaac Newton (1642-1727), no prefácio da primeira edição dos **Philosophiae Naturalis Principia Mathematica**, escreve: «(...) *ofereço esta obra como os princípios matemáticos da filosofia, pois todo o tema da filosofia parece consistir no seguinte -- dos fenómenos do movimento investigar as forças da natureza e, então, destas forças demonstrar os outros fenómenos; e com este propósito são apresentadas as proposições gerais do primeiro e segundo livros. No terceiro livro dou um exemplo disto na explicação do Sistema do Mundo; pois, pelas proposições matematicamente demonstradas no primeiro livro, no terceiro eu derivo dos fenómenos celestes a força da gravidade através da qual os corpos são atraídos para o Sol e para diversos planetas. Então destas forças, usando outras proposições matemáticas, deduzo o movimento dos planetas, dos cometas, da lua e do mar (...)*»¹.

Está exposto de uma forma clara e sintética todo o seu programa de investigação no que diz respeito à filosofia natural. São três as características essenciais deste programa. Em primeiro lugar, o seu

¹ NEWTON, Isaac, *Principia mathematica philosophiae naturalis*, ed. Cajori, T.I, p.21 (1962, University of California Press), p.XVII. Esta edição corresponde à primeira tradução em língua inglesa feita por Andrew Motte sobre a última edição em idioma latino, publicada no ano de 1726, ainda em vida de Newton e por ele revista.

objectivo fundamental reside na explicação do movimento dos astros: é fornecido um modo rigoroso de derivar as leis de Kepler, desenvolvendo-se uma explicação quantitativa da causa desse movimento. Em segundo lugar, o rigor subjacente a toda a formulação está **na linguagem matemática usada pelo autor para descrever os fenómenos físicos observados na natureza.** Pode dizer-se que, em Newton, «a matemática servia para disciplinar a sua imaginação criadora»², permitindo-lhe, para lá da intuição física ou filosófica, entender as relações quantitativas expressas pela natureza. Por último, o ter chegado à **formulação de leis naturais que unificam o mundo terrestre com o mundo dos astros**, leis que explicam o movimento do cometa e da bala, a queda da maçã e a trajectória da Lua em torno da Terra.

Os Principia são a primeira exposição sistemática, e rigorosa sob o ponto de vista matemático, da compreensão científica do Mundo, projectando-se a sua influência, de uma forma decisiva, na forma e no método como a partir de então se começou a pensar e a fazer ciência.

No sentido de melhor entender o espírito de Newton, a lógica de todo o edifício erigido nesta obra fundamental, leia-se o que escreveu um eminente matemático português do sec.XVIII, José Anastácio da Cunha que, no seu *Ensaio sobre os Princípios da Mecânica*³, publicado postumamente, discorria:

² COHEN, I.Bernard, 1983, *La revolucion newtoniana y la transformacion de las ideas cientificas*, Madrid, Alianza Editorial, p.72.

³ CUNHA, José Anastácio da *Ensaio sobre os Princípios da Mecânica*, in *Actas do Colóquio Internacional Seguidas de uma Antologia de Textos*, Lisboa, Imprensa Nacional-Casa da Moeda, 1991, p.339.

«o autor de um tratado puramente matemático, pode-se dizer que é um legislador, um creador; o autor de um tratado matemático de Física, é mero intérprete e comentador da Natureza. A verdade matemática não consiste senão na legitimidade com que os teoremas, e as soluções dos problemas se derivam das definições, postulados e axiomas; porém as definições, postulados e axiomas, pode-se dizer que a nenhuma lei são sujeitos. D’aqui vem que muitas coisas, que na Física são e devem ser objectos de demonstração experimental, na Matemática nem devem, nem ordinariamente podem ser demonstradas (...)

(...) Posso escrever um tratado de Óptica, em que tomo como hipótese, que a luz se propaga não em linha recta, mas em linha circular, ou em qualquer outra linha. Posso compor uma Mecânica, supondo as leis do movimento que eu muito quizer. E se os meus teoremas e as minhas soluções dos problemas forem legitimamente derivados dos princípios que estabeleci, ninguém me poderá arguir de erro.

Poderão sim censurar-me de ter indignadamente abusado do precioso tempo, se essas bem ajustadas e talvez elegantes teorias se não poderem aplicar à filosofia natural; se delas não poder tirar o género humano utilidade: e esta só consideração é que pode e deve pôr limites à imaginação do inventor. Por isso o géometra que não quizer incorrer na censura de inútil, deve tomar, por princípios ou hipóteses, noções comuns, verdades de facto, que a Natureza, que a experiência ensinam: então o físico mostrando que os corpos naturais são (ou exacta ou proximamente) dotados daquelas mesmas propriedades, que o geometra

supos nos corpos matemáticos, poderá fazer uma feliz aplicação da teoria puramente matemática a alguns assuntos físicos.

Assim no livro dos princípios as leis intituladas do movimento, não vem demonstradas geometricamente; mas de serem realmente as leis que a Natureza segue, dá sir Isaac por fiadora a mesma Natureza: quero dizer, que as abona com a experiência. Os autores que depois tem escrito sobre o mesmo assunto (e alguns deles grandes geómetras) tem-se empenhado em achar demonstrações matemáticas daquelas leis, - porém debalde (...)».

2. Os Axiomas dos Principia, o seu enunciado

As leis físicas, introduzidas logo de início por Newton e base de toda a Mecânica Clássica, alicerçam-se em observações experimentais. Podiam não ser assim, mas são. E são-no porque as observações conduzem a estes enunciados. Estas leis podem ser entendidas como postulados ditados pela Natureza. Se as suas implicações, toda a teoria construída que delas deriva, também estão de acordo com a observação da Natureza, então, consistentemente, podem aceitar-se estes postulados como verdadeiros. Eles assumem, portanto, a categoria de leis físicas, isto é, *verdades* manifestadas pela própria Natureza.

Se a experiência ou a observação não estiver de acordo com as consequências deriváveis das leis, então a teoria tem que ser modificada no sentido de se tornar coerente com os factos observados já conhecidos. Contudo, nem sempre esta tarefa consegue ser levada a bom termo, havendo observações que, muitas vezes, não são enquadráveis pela teoria

e, embora esta se procure ajustar aos novos factos, este propósito de coerência resulta impossível. Está-se, portanto, na eminência de alterações das próprias leis. Estas devem ser entendidas, portanto, como verdades relativas manifestadas pela Natureza. São relativas porque dependem da capacidade do homem, numa determinada época histórica, em perscrutar e entender o *real*, e alterá-las provocará uma verdadeira crise no corpo de conhecimentos científicos, prenúncio daquilo a que alguns historiadores da ciência definem como uma *revolução científica*.

Eis os enunciados das leis de Newton retirados da edição de 1726 dos *Principia*:

I - *Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.*

II - *Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.*

III - *Actioni contrariam semper et aequalam esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.*

Em português⁴ escrever-se-á:

I - *Todo o corpo permanece no seu estado de repouso, ou de movimento uniforme rectilíneo, a não ser que seja compelido a mudar esse estado devido à acção de forças aplicadas.*

⁴ SILVA, Mário, s/data, *Lições de Física -vol.I*, Coimbra, Livraria Almedina.

II - *A variação de movimento é proporcional à força motriz aplicada; e dá-se na direcção da recta segundo a qual a força está aplicada.*

III- *A toda a acção sempre se opõe uma reacção igual; ou, as acções mútuas de dois corpos são sempre iguais e dirigidas às partes contrárias.*

Os **Principia** foram escritos numa forma dita geométrica, isto é na forma de um sistema hipotético-dedutivo. Como facilmente se depreende dos enunciados apresentados, os três axiomas definem relações entre termos, ou grandezas, tais como *movimento uniforme rectilíneo*, *variação do movimento*, *força aplicada*, *acção e reacção*. Daí que, anteriormente à apresentação dos axiomas, a exposição newtoniana se inicie com um conjunto de oito definições prévias que incidem fundamentalmente sobre os conceitos empregues nas leis do movimento.

3. **As Definições dos Principia**

A Definição I debruça-se sobre a noção de *quantidade de matéria* ou massa. Newton define esta grandeza como o produto da densidade pelo volume. Uma definição feita à custa de uma relação entre duas novas grandezas, situação que coloca de imediato uma outra questão: o que é a densidade? A esta pergunta não é dada previamente qualquer resposta: parte-se do princípio que a densidade é um dado a priori. No seu comentário à definição de quantidade de matéria, o autor dos *Principia* escreve: «(...) *E é a esta quantidade que, a partir de agora, passarei a designar por corpo ou massa; é proporcional ao peso, como*

eu determinei por experiências com pêndulos (...)»⁵. Sublinhe-se para já a referência à relação entre *massa* e *peso* ou, aquilo que se pode chamar, a onnipresença do problema da gravidade.

Na Definição II caracteriza a grandeza *quantidade de movimento*, a sua expressão é mv , o produto da massa pela velocidade. As definições seguintes referem-se aos diferentes tipos de força.

A Definição III define a *vis insita*, ou seja a natureza inerte da matéria que é concebida como uma *força* de inactividade. Segundo Newton, a inércia é uma força inerente à própria matéria, *insita*, e latente enquanto não existir qualquer outra força aplicada ao corpo. Nesta definição de força não se vislumbra qualquer relação entre esta grandeza, este tipo de força, e o movimento por si provocado, isto é, qualquer grandeza cinemática observada. É importante citar o comentário desenvolvido por Newton a esta definição: «(...) *Um corpo, devido à natureza inerte da matéria, não é sem dificuldade que sai do seu estado de repouso ou de movimento. Por este motivo, esta vis insita pode tomar a designação mais significativa de inércia (vis inerciae) ou força de inactividade. Mas um corpo só exerce esta força quando uma outra força, aplicada sobre ele, altera a sua condição, e o exercício desta força pode ser considerada como resistência e impulso (...)*»⁶. É esta propriedade que é responsável pela resistência à alteração do estado de movimento e, ao mesmo tempo, é também ela que garante o estado de movimento do corpo se sobre ele nenhuma outra força actua. Assim, de acordo com Newton, a *vis insita* é a capacidade que cada corpo tem de resistir à alteração do seu

⁵ NEWTON, Isaac, op.cit., p.1.

estado de movimento. Diferentes corpos oferecerão diferentes resistências, mas esta propriedade será constante para cada um deles. A característica individual de cada corpo é a sua inércia ou como se designa em mecânica clássica a massa inercial. O comentário de Newton a esta definição termina do seguinte modo: «(...) *movimento e repouso, tal como são vulgarmente entendidos, só se podem distinguir de uma forma relativa, nem estão verdadeiramente em repouso os corpos que comumente são tidos como tal*»⁷. A noção relativa de movimento, bem como o repouso entendido como um estado particular do movimento, é aqui, nos **Principia**, colocado pela primeira vez, sendo a diferença entre estes estados associada à existência de uma força particular, a *vis insita*. Newton prepara o caminho para a Primeira Lei da dinâmica.

As definições I e III apontam para duas grandezas que são, respectivamente, a quantidade de matéria ou massa gravítica (grandeza presente na expressão da Lei da Gravitação universal) e a massa inercial. Newton tem necessidade de postular a existência de ambas: a primeira tem para ele um significado físico (material) muito preciso, enquanto que a segunda corresponde a uma necessidade conceptual da sua teoria. Para Newton estas “duas massas” de qualquer corpo são iguais. Assume de uma forma implícita esta conclusão, não a prova⁸.

⁶ Ibid. p.2.

⁷ Ibid. p.2.

⁸ É com Einstein, como consequência do “princípio de equivalência” da Teoria da Relatividade Geral, enunciado em 1916, que se mostra a equivalência entre a massa inercial e a massa gravítica. Na mecânica newtoniana esta equivalência tinha um carácter meramente empírico e acidental, enquanto que na Teoria da Relatividade Geral ela surge como uma decorrência lógica dos princípios teóricos estabelecidos.

A Definição IV centra-se no conceito de força aplicada, *vis impressa*, como sendo a força que, actuando sobre um corpo, é responsável por modificar o seu estado de movimento, ou, bem entendido, de repouso. Newton clarifica que este estado de movimento é uniforme e rectilíneo. Para outros tipos de movimento Newton definirá outros tipos de forças. Três aspectos distinguem as *forças aplicadas* das *forças inatas*: «(...) primeiro do que tudo são uma acção pura, de caracter transitivo, passageiro; segundo, não permanecem no corpo se a acção termina; terceiro, enquanto que a inércia é uma força universal da matéria, as forças aplicadas possuem diferentes origens, tal como percussão, pressão, força centrípeta (...)»⁹. O carácter efémero destas forças traduz a ideia escolástica *cessante causa cessat effectus*. As forças aplicadas resultam de uma acção exterior sobre o corpo, enquanto que as forças inatas constituem uma característica do próprio corpo, residem nele.

Na Definição V Newton introduz o terceiro e último tipo de força, o de *força centrípeta*: aquela «pela qual os corpos são puxados ou impelidos, ou de qualquer outro modo tendem, em direcção a um ponto como para um centro»¹⁰; a designação newtoniana de força centrípeta corresponde às forças ditas centrais. Nas Definições VI, VII, VIII introduzem-se conceitos directamente relacionados com a força centrípeta. Uma questão se impõe: no comentário de Newton à Definição IV, já tinha sido colocado como um exemplo de uma força aplicada a força centrípeta, qual o motivo para uma definição particular deste tipo de

⁹ JAMMER, Max. 1957, *Concepts of Force*, Cambridge-Massachusetts, Harvard University Press.

¹⁰ NEWTON, Isaac, op.cit., p.2.

força? «*Parece que Newton olhava para a força centrípeta como uma força de maior importância que todas as outras*»¹¹. A nota à Definição V, conforme escreveu Newton, inicia-se deste modo, «*Deste tipo é a gravidade, pela qual os corpos tendem para o centro do magnetismo terrestre(...)*»¹², o que é bastante revelador sobre os motivos que levavam o autor dos *Principia* a dar uma especial atenção à força centrípeta ou força central.

Deste corpo de definições pode concluir-se: primeiro, a existência de imprecisão na definição do conceito de força, Newton jamais o define, procurando associar a certos efeitos, a existência de uma grandeza que passa a designar por força, donde aceitar-se a força como um conceito dado *a priori* (surgia intuitivamente de uma certa analogia com a força muscular); segundo, também o conceito de massa aparece definido de uma forma equívoca, este termo aparece associado a duas grandezas que são, respectivamente, a quantidade de matéria ou massa gravítica e a massa inercial que se assumem iguais; terceiro, as considerações tecidas por Newton sobre o conceito de força estão metodologicamente relacionadas com os seus estudos sobre a gravitação, a explicação dinâmica dos movimentos planetários, dados pelas três leis cinemáticas de Kepler, era o grande problema da época.

¹¹ JAMMER, Max, op.cit..

¹² NEWTON, Isaac, op.cit., p.3.

4. O Escólio

Entre as oito definições referidas e o enunciado dos três axiomas, Newton desenvolveu um conjunto de considerações com o propósito de caracterizar o que é tempo absoluto, verdadeiro e matemático, espaço absoluto e relativo, movimento absoluto e relativo. Ele próprio escreve: «*Não defino tempo, espaço, lugar e movimento, como sendo já do conhecimento de todos (...) Contudo observo que é vulgar conceber estas quantidades através das relações que experimentam com os objectos sensíveis. Daqui advêm certos preconceitos, para os eliminar, será conveniente distingui-los entre absoluto e relativo, verdadeiro e aparente, matemático e comum*»¹³. E, porque estes conceitos são do conhecimento de todos, Newton evita formalizar um novo conjunto de definições que engrossasse o conjunto prévio com que abriu os *Principia* (é o que acontece na terceira edição...)¹⁴. Não define espaço e tempo, lugar e movimento, desenvolvendo um longo comentário de sete páginas, onde procura clarificar estas noções, *eliminando alguns preconceitos*.

Dissertando sobre o espaço, Newton começa por afirmar, «(...) o *espaço absoluto, na sua própria natureza, sem uma relação com o que quer que seja exterior, permanece sempre igual e imóvel* (...)»¹⁵, passando de imediato à noção de «*espaço relativo (...) que os nossos sentidos determinam pela sua posição em relação aos corpos e que é vulgarmente*

¹³ Ibid., p.6.

¹⁴ Em vida de Newton os **Principia** sofreram três edições: em Londres, 1687; em Cambridge, 1713 (reimpresso em Amesterdão em 1714 e 1723); em Londres, 1726. Todas estas edições diferem entre si na exposição científica, bem como nas posições filosóficas expressas.

¹⁵ Ibid., p.6.

*tomado pelo espaço imóvel, tal como a dimensão de um subterrâneo (...) é determinada pela sua posição com respeito à terra (...)*¹⁶. A ideia de espaço relativo dada por Newton é aquilo que hoje se entende por um sistema de referência, três eixos (...e um relógio se se considerar o tempo), que qualquer observador tem que usar para poder estudar o movimento; é elucidativo o exemplo da dimensão de um túnel, entendida como a diferença de posição, num determinado instante, em relação à terra, ou seja ao sistema de eixos que é o referencial. Quanto à referência ao espaço absoluto, nada foi adiantado, pois é qualquer coisa que permanece *sempre igual e imóvel*; mas, igual e imóvel em relação a quê?

Newton sabe que o espaço é homogêneo e, perante os nossos sentidos, as suas partes são indistinguíveis à nossa percepção. Contudo, esta entidade tem que ser alvo de medidas, sem as quais é impossível falar em movimento. Assim escreve, *«(...) porque as partes do espaço não podem ser vistas, ou distinguidas uma da outra através dos nossos sentidos, portanto em seu proveito usamos as suas medidas sensíveis. Longe das posições e distâncias das coisas de um corpo qualquer considerado como imóvel, definimos todos os lugares, e então com respeito a tais lugares, estimamos todos os movimentos, considerando os corpos como que transferidos de um daqueles lugares para outros. E assim, em vez de espaço e movimento absolutos, usamos os relativos; isto sem qualquer inconveniência nos assuntos comuns, mas nos desenvolvimentos filosóficos, temos que abstrair dos nossos sentidos, e considerar as coisas em si, distintas do que são as medidas sensíveis. Até*

¹⁶ Ibid., p. 6.

*pode acontecer que não haja nenhum corpo em repouso, em relação ao qual tenham que ser referenciados os lugares e os movimentos de todos os outros (...)*¹⁷. O que significa que os espaços relativos são os nossos sistemas de eixos, aqueles nos quais efectuamos as medidas. Estes espaços movem-se uns em relação aos outros. Logo, numa generalização, pode colocar-se a seguinte questão: será que não existe um sistema qualquer em relação ao qual todos os outros se movem? E Newton responde que *«num raciocínio filosófico temos obrigação de nos abstrairmos dos nossos sentidos, e considerar as coisas em si, distintas das suas medidas»*, ou seja, em última análise existirá um espaço absoluto imóvel que corresponde ao sistema de eixos absoluto e não está ao nosso alcance, baseados no conhecimento limitado de uma região do espaço, negar a sua existência. A existência do «espaço absoluto» corresponde a uma generalização filosófica, dos «espaços relativos». Para Newton, o espaço absoluto era necessário, como generalização conceptual, e atribuía-lhe realidade física porque estava fora da capacidade empírica do homem provar a sua não existência.

A hipótese do espaço e tempo absoluto constituiu uma necessidade teórica sobre a qual se construiu toda a física clássica, *«(...) enunciada por Newton com demasiada ostentação para ser ignorada pelos seus contemporâneos, esta hipótese acabou, no entanto, por assumir um papel mais discreto (...)*¹⁸; de tal modo, que os físicos do

¹⁷ Ibid., p.8.

¹⁸ VERLET, Loup, 1993, *La malle de Newton*, Paris, Editions Gallimard, p.358. Uma das polémica mais célebres foi a que se estabeleceu entre Leibnitz e Clarke, um discípulo de Newton, onde o problema do espaço absoluto sobressai como uma das

séc.XIX a aceitaram sem lhe prestar grande atenção, exceção feita a Mach. Só no dealbar do séc.XX Einstein avança com uma proposta capaz de substituir todo o quadro teórico erigido por Newton.

Cedendo ao seu entusiasmo religioso, Newton escreve no final dos *Principia*, no *Escólio Geral*, «(...) [Deus] existindo por todo o sempre e por todo o lado, ele constitui o tempo e o espaço (...)»¹⁹. Para Newton, o espaço e o tempo «comum» eram conhecidos a partir das medidas relativas efectuadas com réguas e relógios, mas, para além destas quantidades, existiam um espaço e tempo verdadeiros, matemáticos e absolutos, fora de qualquer realidade experimental, metafisicamente entendidos como existindo sempre e por todo o lado, só testemunhados pela presença desse Deus que «(...) governa tudo não como alma do mundo, mas como Senhor do Universo».

No final do *Escólio*, Newton distingue entre movimento verdadeiro e relativo e entre movimento absoluto e relativo, usando para tal a relação entre a força aplicada ao corpo e o seu efeito, o movimento provocado. Newton refere-se, pela primeira vez, à relação entre a força e o movimento sem ainda ter enunciado as leis da dinâmica.

Porque nos comentários desenvolvidos por Newton estão implícitas as leis de mecânica, suspende-se aqui as notas ao *Escólio* e passa-se à discussão do significado destas leis. Em seguida retomar-se-á de novo o problema do espaço e tempo verdadeiros, matemáticos e absolutos.

questões de maior protagonismo filosófico (ver, por exemplo, A.J. Fitas, 1993, *Uma Controvérsia na História da Física*, Vértice, 56, 49-61).

¹⁹ NEWTON, Isaac, op.cit., p.545.

5. O significado dos Axiomas dos Principia

O **primeiro axioma**, ou Primeira Lei, é conhecido como a Lei da Inércia. Esta lei é o culminar de um ponto de ruptura muito importante com a física pré-galilaica ou aristotélica. Nesta concepção o movimento era entendido como um processo, um desenvolvimento, que alterava as características inerentes ao corpo, opondo-se ao repouso que correspondia à ausência desse processo. Depois de Galileu movimento e repouso são indescerníveis, deixaram de afectar os atributos dos corpos, só podem ser definidos quando em relação com outros corpos. No universo newtoniano, esta lei associa a alteração do movimento de um corpo, enquanto estado, ao aparecimento de uma grandeza denominada *força aplicada*. Ou, outra importante inovação, os corpos oferecem *resistência* em, por si só, alterarem o seu estado de movimento (tendo sempre presente o repouso como um estado particular de movimento); para conseguirem esta alteração é necessário o aparecimento de causas exteriores que produzam tal efeito (as forças aplicadas).

A Definição III preparou o caminho para esta lei. A inércia deixou de ser, pura e simplesmente, a resistência ao movimento; a inércia passa a ser a *resistência à mudança do estado de movimento*. A permanência do movimento deixou de implicar a acção contínua de uma força, tal como assinalámos no comentário à Definição III, o corpo pode estar em movimento sem ser sob a acção de uma força.

Contudo, a esta primeira lei, para se constituir como tal, falta-lhe a relação entre grandezas. O seu enunciado corresponde à forma física de definir determinados *sistemas privilegiados de referência*. De acordo

com este axioma, a ausência de força aplicada implica que o corpo esteja em repouso ou em movimento uniforme e rectilíneo. Então, para que tal seja observado requer-se um referencial em que se verifique o enunciado dado: o tal referencial privilegiado (referencial inercial) é aquele no qual é verdadeira a primeira lei. Newton, ao enunciar o Corolário V²⁰, mostra que não existe um só referencial que satisfaça as condições requeridas, mas sim um conjunto de referenciais, uma classe de *espaços*, que se designam por referenciais inerciais nos quais é verdadeira a lei da inércia.

O **segundo axioma** relaciona a força aplicada com a variação de movimento ou, de uma forma mais correcta, com a variação temporal da quantidade de movimento, Δp , aquilo que actualmente se pode escrever

$$F\Delta t = \Delta p$$

enquanto que Newton escrevia unicamente

$$F \propto \Delta p$$

A apresentação deste postulado como lei implica a existência de uma relação entre grandezas, entendidas estas, evidentemente, como entidades físicas mensuráveis. Mas, como anteriormente se escreveu, Newton, nas suas definições prévias, nada diz como medir massa e força. Logo, esta lei dificilmente pode tomar esse carácter, sendo, por muitos autores, apresentada, alternativamente, como a forma de definir a grandeza física **força**. Sublinhe-se ainda, no conteúdo deste segundo axioma, a ausência prévia de uma definição clara do conceito de massa.

²⁰ "Os movimento dos corpos num dado espaço [em relação a um determinado referencial] são os mesmos entre si, quer o espaço esteja em repouso, ou se mova uniformemente para a frente segundo uma linha recta sem movimento circular" (Ibid., p.20).

Apesar de todas as limitações conceptuais e insuficiências axiomáticas, Newton consegue dar a ligação matemática, ou geométrica, entre a *vis impressa* (força aplicada) no corpo e os efeitos cinemáticos por este sofridos. Do conhecimento da força passa a conhecer-se as características de movimento. Não esquecer que Newton conhece a expressão analítica de uma força, a força gravítica (aquela que mais lhe interessa), podendo, então, estudar o movimento causado por ela; este era o seu objectivo principal!

O **terceiro axioma** acrescenta uma característica nova ao conceito de força: o seu aspecto dual; a existência de acção e reacção simultâneas. Esta é uma conclusão nova e muito importante. Há, no entanto, que chamar a atenção para o facto de esta terceira lei não ser uma lei geral da natureza, já que não é válida para qualquer tipo de forças. Esta lei só se aplica a forças que resultam da interacção de dois pontos materiais e cuja direcção coincida com a linha que une os pontos, ou seja, só se aplica às chamadas *forças centrais* (todas as forças elementares o são, e são-no a resultante de forças entre corpos extensos). A importância desta lei é manifesta, mesmo em formulações diferentes e mais recentes da mecânica clássica²¹.

Newton sabia que as suas leis da mecânica só faziam sentido se se definisse um sistema de eixos e um relógio, um referencial ou uma classe de referenciais, em relação ao qual se pudesse fazer as medidas sobre o movimento dos corpos. Todavia, no enunciado destas leis não é feita qualquer menção a estes sistemas de referência nem às suas

características. E isto acontece porque o autor dos Principia, antes de enunciar os axiomas, admitiu a existência de um espaço e tempo absolutos: o referencial em relação ao qual as suas leis seriam verdadeiras. Revisite-se o Escólio...

6. O espaço e o tempo revisitados

Como se viu no ponto anterior, a primeira lei da axiomática newtoniana pressupõe para a sua verificação a existência de uma determinada classe de referenciais. São referenciais privilegiados nos quais a alteração do estado de movimento do corpo implica a detecção de força. O problema fisicamente importante reside em identificar estes referenciais sem conhecer a força ou, ainda, como identificar experimentalmente estes referenciais. A prova da sua existência corresponde a distinguir o movimento absoluto do relativo, encontrar a diferença entre, respectivamente, o deslocamento no espaço absoluto e no espaço relativo.

Newton escreve, «*As causas pelas quais o movimento verdadeiro e relativo se distinguem, um do outro, são as forças aplicadas aos corpos e que geram movimento. O movimento verdadeiro não é gerado nem alterado, mas é devido a uma força aplicada ao corpo que este é movido; mas o movimento relativo pode ser gerado ou alterado sem que qualquer força seja aplicada ao corpo. Portanto é suficiente aplicar uma força a outros corpos com os quais o primeiro se compara, que pelo seu*

²¹ É o que acontece com a formulação, em finais do séc.XIX, proposta pelo físico austríaco E.Mach.

movimento, essa relação pode ser alterada, consistindo ela no movimento ou repouso relativo deste outro corpo (...)»²². O seu argumento essencial reside no facto de que existem forças reais e que estas provocam um movimento real e identificável em relação a todos os outros movimentos existentes quando da ausência de forças. No entanto, perante o que já se sabe das definições arroladas por Newton, força é *um conceito impreciso e que surge intuitivamente de uma certa analogia com a força muscular*; então, como é que o critério da força real permite distinguir entre movimento verdadeiro e relativo?

Se a causa é a força aplicada, quais serão os efeitos? Newton responde: *«Os efeitos que distinguem o movimento absoluto do relativo são as forças de afastamento do eixo do movimento circular. Pois não existem tais forças num movimento circular puramente relativo, mas num movimento circular verdadeiro e absoluto, elas são maiores ou menores, conforme a quantidade de movimento (...)*»²³. Este é o essencial do raciocínio de Newton, o movimento circular absoluto tem como efeito o aparecimento de uma força centrífuga; se existe um referencial em relação ao qual se possa identificar a existência desta força, está identificado experimentalmente o referencial absoluto ou o *espaço absoluto*. É neste passo do Escólio que Newton expõe a célebre experiência do balde que se apresenta no QUADRO I..

No final da passagem 3 da sua experiência, Newton concluiu: primeiro, que a superfície livre da água é côncava, existindo, então uma força responsável por essa deformação; segundo, o facto de a água estar

²² NEWTON, Isaac, op.cit., p.10.

em repouso em relação ao balde mostra que o movimento relativo não pode estar associado à força centrífuga; terceiro, a força centrífuga, responsável pela concavidade, está relacionada com o movimento de rotação da água em relação ao *espaço absoluto*.

QUADRO I

	Enunciado de Newton ²⁴	Observação
1	<i>Se um balde, suspenso de uma corda comprida, sofrer muitas voltas em torno da corda, sendo depois cheio com água,</i>	aceleração da água em relação ao balde é nula; a superfície livre da água é plana
2	<i>e largado do repouso conjuntamente com a água; então por acção de uma outra força, rodará em torno do mesmo eixo mas em sentido contrário e quando a corda deixar de estar torcida, o balde continuará por algum tempo com o mesmo movimento; a superfície da água será no princípio plana, tal como antes do balde começar a rodar;</i>	aceleração da água em relação ao balde não é nula; a superfície livre da água é plana
3	<i>mas depois, o balde começará por gradualmente comunicar o seu movimento à água, começando esta a rodar e a pouco e pouco subirá junto às paredes do balde, formando ele própria uma figura côncava (como eu experimentei), e quanto mais rápido for o movimento, mais alto subirá a água no balde, até por fim rodar simultaneamente com ele, ficando em repouso relativamente ao balde.</i>	aceleração da água em relação ao balde é nula; a superfície livre da água é côncava
4	(completamos a experiência: o balde finalmente imobilizar-se-á continuando a água a rodar e a pouco e pouco descenderá junto às paredes do balde, sendo a sua superfície cada vez menos côncava,	aceleração da água em relação ao balde não é nula; a superfície livre da água é côncava
5	para no fim ser um plano)	aceleração da água em relação ao balde é nula; a superfície livre da água é plana

Os argumentos são controversos e o próprio Newton reconhece que «*é de facto um assunto de grande dificuldade descobrir, e efectivamente distinguir, o movimento verdadeiro dos corpos do aparente, porque as partes desse espaço imóvel, no qual esses*

²³ Ibid., p.10.

²⁴ NEWTON, Isaac, op.cit., p.10.

movimentos têm lugar, não ficam por nenhuns meios sob a observação dos nossos sentidos (...)»²⁵.

O físico austríaco E. Mach contestou o raciocínio de Newton e escreveu: «*A experiência de Newton com o balde de água em rotação informa-nos simplesmente que o movimento relativo da água em relação às paredes do balde não produz forças centrífugas, mas que estas forças são produzidas pela rotação em relação à terra e aos outros corpos do universo(...)*»²⁶, acrescentando que nada se pode dizer se a experiência for feita noutras condições (diferente massa e espessura do balde). A experiência de Newton não era suficientemente geral para provar o que quer que fosse.

Uma experiência análoga à descrita por Newton pode servir de contra-exemplo, ei-la: num balde, suspenso de uma corda comprida que está completamente torcida, é colocado no seu interior, e ajustando-se perfeitamente à sua cavidade um molde de uma substância rígida, por exemplo madeira; o balde ao ser largado do repouso, conjuntamente com o molde, rodará em torno do mesmo eixo mas em sentido contrário e quando a corda deixar de estar torcida, o balde continuará por algum tempo com o mesmo movimento; o balde comunicará gradualmente o seu movimento ao molde, não se alterando a superfície livre da madeira, até por fim rodarem os dois simultaneamente, encontrando-se ambos em repouso relativo. Conclusão: primeiro, a superfície livre da madeira não é côncava, é plana, então não há qualquer deformação que permita supor a

²⁵ Ibid., p.12.

²⁶ MACH, E., 1960, *The Science of Mechanics*, The Open Court Publishing Company, p.284.

existência de uma força (o que não significa que não exista e não se manifeste em efeitos não observáveis directamente); segundo, o facto de não se identificar uma força centrífuga (através da observação directa) obriga a reconhecer que não há qualquer movimento do molde em relação ao espaço absoluto. As duas experiências, a de Newton e esta última, são formalmente iguais e as conclusões extraídas são completamente diferentes.

A experiência apresentada por Newton nos Principia, de modo a ilustrar a ideia de espaço absoluto, foi, ao longo de vários séculos, contestada por diferentes autores. Todavia só o Princípio da Equivalência de Einstein na Teoria da Relatividade Geral permitiu clarificar toda esta polémica ²⁷.

Embora em tudo o que se expôs até aqui, o conceito de espaço seja aquele a que se deu mais atenção, a primeira definição a ser apresentada no Escólio é referente ao tempo. Newton escreve «*o tempo absoluto, verdadeiro e matemático. em si próprio, e da sua própria natureza, flui igualmente sem relação com nada exterior*», enquanto que «*o tempo relativo, aparente e comum é a medida sensível e exterior da duração através do movimento, que é comumente utilizada em vez do tempo verdadeiro*»²⁸. O conceito de tempo absoluto é deveras difícil de entender: qualquer coisa que «*flui igualmente*» (o que pressupõe uma comparação), em relação a quê? A medição deste fluir não tem termo de comparação. Será que Newton não se apercebeu que este conceito era

²⁷ Consultar, por exemplo, Max Born, 1962, *Einstein's Theory of Relativity*, NY, Dover Publications, Inc..

²⁸ NEWTON, Isaac, op.cit., p.6.

falacioso e, até certo ponto, inútil? A resposta deverá ser afirmativa, pois logo a seguir avança com o conceito prático de tempo relativo que, ele próprio reconhece, ser o aplicável.

Ao comentar esta sua definição que inicia o Escólio, Newton explica: *«Em astronomia o tempo absoluto distingue-se do relativo pela equação do tempo aparente. Pois os dias naturais são de facto desiguais, embora sejam vulgarmente considerados como iguais e usados para medir o tempo; os astrónomos corrigem esta desigualdade para que possam medir os movimentos celestiais com um tempo mais preciso»*, o tempo relativo tem que ser corrigido, de modo a criar um padrão universal de tempo que se possa aplicar a todos os fenómenos observados quer aqui, quer em qualquer ponto do sistema solar; e prossegue *«pode acontecer que não exista tal coisa como movimentos iguais, através do qual o tempo possa ser medido com toda a precisão»*. Manifesta-se a dúvida sobre a existência de um fenómeno de tal forma exacto na sua periodicidade que possa vir a constituir-se como padrão do tempo absoluto, verdadeiro e matemático; e continua *«Todos os movimento podem ser acelerados ou retardados, mas o fluir do tempo absoluto não está ligado com nenhuma variação»*, pois o padrão matemático do tempo só se pode comparar consigo próprio ou com nada. Reconhecendo que *«a duração ou a perseverança da existência das coisas permanece a mesma, quer o movimento seja rápido ou lento ou não exista, e, contudo, esta duração deve ser distinguida do que são as medidas sensíveis»*²⁹ não importa o movimento que se escolha para comparar os tempos; o tempo

²⁹ Ibid., p.8.

passa, o homem envelhece independentemente do relógio que o acompanhe, os astros revolucionam periodicamente nas suas órbitas... Tem que haver um tempo não sujeito a qualquer movimento, um tempo absoluto!

Para Newton deveria existir um tempo «*constituído por uma sequência tal como os números reais*»³⁰ em que a regularidade desta sequência era independente de qualquer acontecimento ocorrido no universo. Era um tempo absoluto, matemático, impossível de ser redutível à experimentação.

Um relógio universal e uma régua universal eram instrumentos necessários para que o homem no séc. XVIII começasse a tornar inteligível a ordem cósmica de todos os fenómenos observados. Foram necessários dois séculos para que estes instrumentos ideais fossem dispensados ou, pelo menos, entendidos doutra forma.

³⁰ WHITROW, G.J., 1980, *The Natural Philosophy of Time*, London, Oxford Science Pub., p.35.