
1- MEDIÇÕES, ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS E ERROS

A- Objectivos

- Medir grandezas físicas, utilizando os instrumentos adequados.
- Apresentar correctamente os resultados das medições, ao nível da utilização de algarismos significativos e aplicação de regras da teoria dos erros.

B- Introdução

A compreensão de fenómenos físicos requer, muitas vezes, o conhecimento quantitativo de parâmetros. Por este motivo, há necessidade de fazer medições. Grandezas físicas como comprimento, massa, tempo ..., definem-se pelo estabelecimento de padrões e pela atribuição de unidades, metro, quilograma, segundo... Estabelecido o padrão, devem ser criados métodos para que qualquer quantidade dessa grandeza, tenha ela a dimensão que tiver, possa ser expressa em termos desse padrão. Seja o raio de um átomo, o comprimento de uma mesa ou a distância da Terra ao Sol, essas medidas devem ser expressas em termos do mesmo padrão, o metro. É evidente que nem todas as comparações com o padrão podem ser efectuadas directamente. Medir o raio de um átomo ou da distância Terra-Sol não pode ser feito com uma régua, terão de ser efectuadas por métodos indirectos, onde se aplicam relações matemáticas. Estas medições chamam-se medições indirectas.

O número de grandezas físicas diferentes é enorme, no entanto, muitas delas podem ser definidas a partir de um número reduzido de outras grandezas, as fundamentais. Para que existam padrões comuns de grandezas físicas fundamentais foram criados sistemas

de unidades, dos quais salientamos o Sistema Internacional de unidades SI, por ser o mais conhecido e utilizado.

Erros das medições

Quando se faz a medição directa de qualquer grandeza, a medida que se obtém vem afectada de erros, que podem ser de dois tipos:

A- **Sistemáticos** (devidos a imperfeições do aparelho de medida)

B- **Acidentais** (devidos a circunstâncias impossíveis de controlar).

Mostra a teoria dos erros existir uma probabilidade muito grande (cerca de 68%) dos erros acidentais cometidos quando se fazem várias medições da mesma grandeza se distribuem no intervalo ΔX em torno de um valor X , tido como o valor exacto (ver Fig. 1).

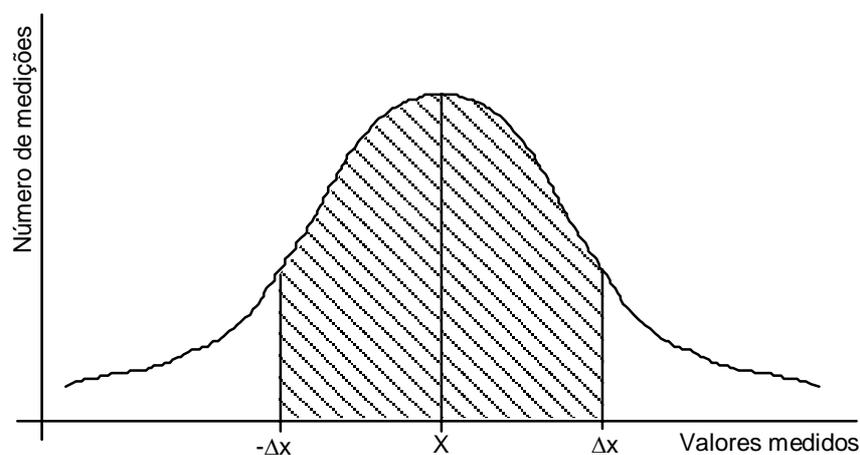


Fig. 1 – Distribuição dos valores medidos para um grande número de medições

Ao intervalo ΔX chama-se limite superior do erro e é obtido pela equação do erro quadrático médio

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n-1)}} \quad (1.1)$$

em que $d_i = |\bar{x} - x_i|$, sendo $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ (média aritmética) e n o número de medições efectuadas. Este tratamento só faz sentido para $n \geq 10$.

O valor da medição (medida) deve representar-se da seguinte forma:

valor mais provável \pm limite superior do erro

$$\bar{x} \pm \Delta x$$

Propagação de erros

Como já anteriormente foi referido, muitas vezes as medições são indirectas, isto é, são feitas através da aplicação de equações matemáticas.

Imaginemos que se pretende medir indirectamente a grandeza Y , a qual é função das grandezas X_1, X_2, \dots, X_n obtidas por medição directa, isto é $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

O limite superior do erro associado a Y , (ΔY), é calculado da seguinte forma:

$$\Delta Y = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| |\Delta x_1| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| |\Delta x_2| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| |\Delta x_n| \quad (1.2)$$

estas derivadas parciais são calculadas nos pontos $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$.

Algarismos significativos

Algarismos significativos são os algarismos que indicam, com significado físico, a medida de uma grandeza. Não faz sentido que a medida venha afectada de uma aproximação maior do que aquela que é permitida pelo valor do limite superior do erro.

Imagine-se que se media a largura de uma mesa com uma régua graduada, cuja menor divisão da escala é 1mm e o resultado vinha apresentado pelo número, $\ell = 96,25$. Neste caso, nem todos os algarismos deste número merecem o mesmo grau de confiança. Assim, os algarismos 9, 6 e 2 são algarismos que de facto podem ter sido lidos na escala da régua (exactos) enquanto que o 5 só por estimativa poderá aparecer. Ele refere-se a meio milímetro, divisão que não existe na escala dessa régua.

Regras para a contagem de algarismos significativos

- São algarismos significativos de um número, todos os algarismos que entram nesse número, excepto os zeros que se encontrem à esquerda do primeiro algarismo diferente de zero. Os zeros que se encontram à direita ou no meio do número também contam como algarismos significativos.

Exemplo:

0,025050
└───────────> 5 algarismos significativos

- Se o primeiro algarismo significativo de um número for maior ou igual a 5, esse algarismo conta como dois algarismos significativos.
- Na transformação de unidades (reduções), o número de algarismos significativos deve manter-se.
- Na contagem de algarismos significativos, as potências de 10 não contam.

Cálculos com algarismos significativos

i- Soma e subtracção:

- O número de casas decimais do resultado deve ser igual ao da parcela que tiver menor número de casas decimais.

Exemplo:

$$10,22 + 12,1 + 9,124 = 31,4$$

ii- Multiplicação e divisão:

- O resultado deverá ter o mesmo número de algarismos significativos que o factor de menor número de algarismos significativos.

Nota: Os factores que não resultem de medições realizadas, não se contabilizam nesta regra. Assim, se na fórmula a utilizar entrarem constantes, os algarismos dessas constantes não deverão ser contabilizados.

Exemplo:

$$9,56 \times 2,2 = 21$$

Arredondamentos

Se houver necessidade de desprezar algarismos devem considerar-se as seguintes regras:

- se o primeiro algarismo a desprezar for < 5 o último a conservar deve permanecer igual;
- se o primeiro algarismo a desprezar for > 5 o último a conservar deve aumentar uma unidade;
- se o primeiro algarismo a desprezar for $= 5$ o último a conservar deve manter-se se for par e aumentar uma unidade se for ímpar.

Instrumentos de medida

A régua

Para medir comprimentos, usam-se nas medições vulgares réguas graduadas, na maioria dos casos em milímetros. Quando se pretender maior rigor ter-se-á de aumentar a subdivisão da escala da régua, processo esse só possível até determinados limites.

O melhor método para medir comprimentos com uma régua é colocar a régua sobre o objecto que se pretende medir e fazer coincidir um dos traços da régua com uma das extremidades do objecto (figura 1.2).

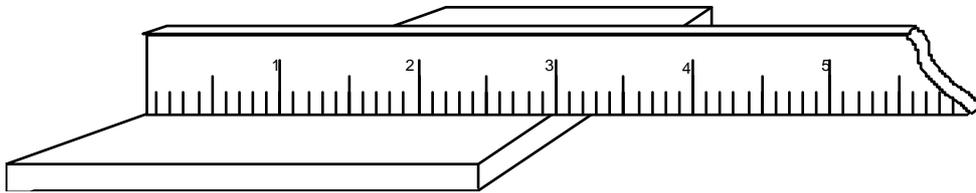


Figura. 1.2

A medida do objecto deverá indicar a aproximação com que se realizou a medição, que pode ir, por estimativa, até à parcela da menor divisão da escala que o medidor consegue distinguir (normalmente, quando as réguas forem graduadas em milímetros, meio milímetro)

O nónio

Nónio é uma pequena régua que se destina a avaliar, com determinada precisão, fracções da menor divisão de outra régua sobre a qual pode deslizar. O nónio é construído de tal maneira que n divisões do nónio correspondem a $n-1$ divisões na régua (figura 1.3).

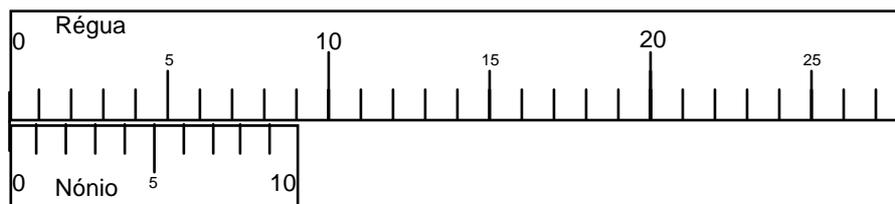


figura 1.3- Representação d uma régua com nónio acoplado.

Chama-se natureza de um nónio ao menor comprimento que se pode medir exactamente com esse nónio. É dada pela expressão:

$$N=D/n$$

Em que N -Natureza do nónio; D - Menor divisão da régua e n - número de divisões do nónio.

A natureza do nónio apresentado na figura 1.3 será 0,1mm ($D=1$ mm e $n=10$). Um nónio destes, chama-se nónio de décimas.

Para se medir o comprimento de um objecto com um nónio, procede-se da seguinte maneira:

- 1º- Determina-se a natureza do nónio, N .
- 2º- Ajusta-se o traço correspondente ao zero do nónio, linha de fé do nónio, a uma das extremidades do objecto que se quer medir.
- 3º- Lê-se na escala da régua principal, o número da divisão que fica situada antes da linha de fé do nónio, D .
- 4º- Lê-se na escala do nónio, a divisão do nónio que coincide com uma das divisões da escala da régua principal, d . Se nenhum traço do nónio coincidir exactamente com um da régua, considera-se coincidente o que estiver mais próximo.
- 5º- A medida, ℓ do comprimento do objecto será:

$$\ell = D + dN$$

No caso representado na figura 1.4, o comprimento do objecto será 4,8mm.

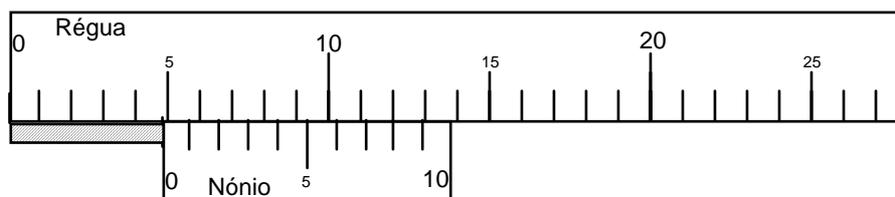


figura. 1.4- representação de uma medição efectuada com régua e nónio.

A craveira

A craveira é um aparelho que serve para medir comprimentos, diâmetros de fios, diâmetros internos e externos de tubos, profundidades, etc. Na base da sua construção está uma régua e um nónio móvel cujas divisões encostam às da régua.

O Palmer.

O Palmer é outro instrumento de medida de comprimentos. Emprega-se para medir espessuras de lâminas e diâmetros de fios ou tubos.

O Palmer é constituído por um parafuso micrométrico que gira numa porca existente num dos ramos de uma peça metálica em forma de U. No outro ramo dessa peça existe uma espera a que pode encostar o parafuso. O parafuso tem um disco com uma graduação que permite medir fracções de volta. O número de voltas completas dadas pelo parafuso é indicado numa escala, cujas divisões são iguais ao passo do parafuso.

A medição com o Palmer faz-se da seguinte maneira:

- 1º- Determina-se o passo do parafuso. Para isso, faz-se uma rotação de 360° ao parafuso e lê-se o deslocamento na escala rectilínea, esse valor é o passo do parafuso.
- 2º- Determina-se a natureza do Palmer. A natureza dum Palmer é igual ao quociente entre o passo e o número de divisões do tambor.
- 3º- Coloca-se o corpo que se pretende medir de maneira a que uma das suas extremidades fique encostada à espera e a outra ao parafuso. Quando o contacto é feito, o Palmer tem um dispositivo que não permite apertos que possam prejudicar a medida.
- 4º- Lê-se na escala rectilíneas o número de voltas e na escala circular as fracções de volta.
- 5º- Retira-se o corpo, ajusta-se o parafuso à espera e faz-se nova leitura, agora sem o corpo. A diferença da leitura anterior com esta dá o valor que se pretende medir.

C- Realização experimental

1. Usando uma craveira, meça a largura e o comprimento da lâmina de vidro fornecida. e calcule o limite superior do erro dessas medidas.
2. Usando o palmer, meça a espessura da lâmina de vidro e calcule também o limite superior do erro dessas medidas.
3. Determine o volume da lâmina de vidro e calcule o limite superior do erro dessa medida.
4. Determine a densidade do vidro dessa lâmina e o erro associado.